

解 説

連想記憶と携帯電話の共通性

三 村 和 史

広島市立大学情報科学部*

Common Feature of Associative Memory and Mobile Phone

Kazushi Mimura

Faculty of Information Sciences, Hiroshima City University*

概要

連想記憶と携帯電話の間に思いがけない数理的な関連性が発見された。この関連とはどのようなものであるかを中心として、連想記憶の理論がどのように携帯電話に役立つかを解説する。

1. はじめに

連想記憶とは、あらかじめ記憶している複数の情報のひとつを、断片的に与えられた情報に対応させる機能や、それを実現するシステムのことをいう。もともと、連想記憶は脳の情報処理方式の解明のための研究のひとつとして発展してきた。その一方で、携帯電話の通信方式は、もちろん連想記憶とは独立に発展していき、すでに我々の生活に欠かすことのできない技術となっている。この一見なにも関係がないようにも思える携帯電話の無線通信方式が、連想記憶と数理的に見事な共通点を持っていることが Tanaka によって指摘されて話題を呼んでいる¹⁻⁴⁾。

本稿では、携帯電話の無線通信方式のひとつである符号分割多元接続 (Code Division Multiple Access: CDMA) 通信方式が、どのように連想記憶と関連しているのかを解説し、連想記憶の理論がどのように通信理論に貢献しているかについて述べる。

2. 連想記憶モデル

連想記憶の機能を実現する数理モデルとして、リカレント型ニューラルネットワークであるホップフィールドモデルがよく知られている⁵⁾。K 個の素子からなるホップフィールドモデルについて考える。素子 j から素子 i への結合荷重を J_{ij} とすると、素子 i が他の素子から受け取る重み付き入力⁶⁾の総和 $u_i(\sigma)$ は、

$$u_i(\sigma) = \sum_{j \neq i}^K J_{ij} \sigma_j + \theta_i \quad (1)$$

となる。ここで、 θ_i は素子 i に加えられる外部入力(または閾値)である。リカレント型のネットワークでは、素子は時間の経過とともに状態を更新していくので時刻を導入する。時刻 $t+1$ での素子 i の出力 $\sigma_i(t+1)$ は、

$$\text{Prob}(\sigma_i(t+1) = \pm 1) = \frac{1 \pm \tanh \beta u_i(\sigma(t))}{2} \quad (2)$$

によって確率的に更新される。ここで、 $\beta = 1/T$ は素子の動作のランダムさを表すパラメータで、逆温度と呼ばれている。また、その逆数は温度 T と呼ばれている。この状態更新では、すべての素子について時刻 t の状態から次の時刻 $t+1$ の状態を決めていることに注意されたい。このように、すべての素子が同期して状態更新するダイナミクスは並列ダイナミクス(または同期的ダイナミクス)と呼ばれている。ゼロ温度極限、すなわち逆温度が $\beta \rightarrow \infty$ の極限ではダイナミクスは、

$$\sigma_i(t+1) = \text{sgn} \left(\theta_i + \sum_{j \neq i}^K J_{ij} \sigma_j(t) \right) \quad (3)$$

と決定論的となる。状態更新が決定論的なとき、ホップフィールドモデルのダイナミクスではリアプノフ関数が構成できる。並列ダイナミクスの場合は、

$$\tilde{H}(\sigma) = - \sum_{i=1}^K |u_i(\sigma)| - \sum_{i=1}^K \sigma_i \theta_i \quad (4)$$

* 〒 731-3194 広島県広島市安佐南区大塚東 3-4-1

となる。

一方、各素子が非同期的に状態更新を行うダイナミクスを扱う場合には、(2) 式で $\sigma_i(t) \rightarrow \sigma_i$ とおき、時刻についての依存性を取り除けばよい。このように状態更新するダイナミクスは、連続ダイナミクス（または非同期的ダイナミクス）と呼ばれている。状態更新が決定論的などとき、連続ダイナミクスの場合のリアプノフ関数は、

$$H(\sigma) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \sum_{j \neq i}^K J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \sum_{i=1}^K \sigma_i \theta_i \quad (5)$$

と 2 次形式になる。確率的な状態更新でも、全素子の状態 σ についてひとつのマルコフ連鎖が定義される。結合荷重が $J_{ij} = J_{ji}$ と対称のときは詳細釣り合いが成り立ち、このマルコフ連鎖の定常分布は次のボルツマン分布、

$$p(\sigma) = \frac{1}{Z} e^{-\beta H(\sigma)} \quad (6)$$

の形になることが示される。これによって、平衡状態の性質を調べるには、ボルツマン因子を出発点にした通常の統計力学が適用できることがわかる。ここで、正規化定数 Z は、

$$Z = \sum_{\sigma \in \{-1, 1\}^K} e^{-\beta H(\sigma)} \quad (7)$$

であり、分配関数と呼ばれている。

連想記憶を実現するには、うまく結合荷重 J_{ij} を決める必要がある。連想の仕方によって様々な結合荷重の構成方法が提案されて研究がなされてきた。いま、記憶する N 個の K 次元ベクトルを $\xi^1 = (\xi_1^1, \dots, \xi_K^1), \dots, \xi^N = (\xi_1^N, \dots, \xi_K^N) \in \{-1, 1\}^K$ とする。ホップフィールドモデルでは結合荷重を相関学習によって、

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^N \xi_i^\mu \xi_j^\mu \quad (8)$$

と構成する。この結合荷重は対称となっている。ここで、係数 $1/N$ は入力総和 $u_i(\sigma)$ を、記憶するベクトル数 N に依存しない大きさにするための規格化定数である。また、解析を簡単にするために $N \rightarrow \infty$ の大システム極限をとるものとする。

記憶できるベクトル数の限界を記憶容量という。これは、記憶しているベクトルと、各素子の状態との相関を求めることによって評価できる。素子の状態に関する統計量は、次の自由エネルギー $F = -\beta^{-1} \ln Z$ を求めることができ、これを使って計算することができる。いま、記憶するベクトルの詳細に依存しない結果を得るために自由エネルギーは、 $\mathcal{F} = -\beta^{-1} \langle \ln Z \rangle$ と記

憶したベクトルは確率変数とみなして期待値をとっておく。この $\langle \rangle$ は記憶したベクトルに関する平均を表す。このような、対数関数の期待値の計算は非線形性のため容易ではないので、

$$\ln Z = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\partial Z^n}{\partial n} \quad (9)$$

という関係を使って対数関数の期待値計算をべきの期待値計算に置き換える。この恒等式を使った計算方法はレプリカ法と呼ばれている。自然数の n に対して、 $n \rightarrow 0$ の極限をとることの数学的な正当性は示されていないが、これまでなされてきたレプリカ法による結果は実験を実によく説明している⁶⁾。

3. CDMA 通信方式

3.1 CDMA 通信路モデル

携帯電話などで用いられる無線通信は、基地局と移動局とで構成される。移動局とは各ユーザの携帯電話などのことで、以後単にユーザと呼ぶことにする。電波は減衰するので、ユーザと基地局が通信できる範囲は限られる。この範囲のことをセルという。一般に、ひとつのセル内には複数のユーザがいる。このため、限られた電波を多くのユーザが共同利用して、通信時のみ通信路を割り当てる多元接続が必要となる。この様子を図 1 に示す。多元接続方式には、電波を多数の周波数帯域に分割する周波数分割多元接続 (Frequency-Division Multiple Access: FDMA) や、時間軸を分割する時分割多元接続 (Time-Division Multiple Access: TDMA) のほか、符号化によって通信路を割り当てる符号分割多

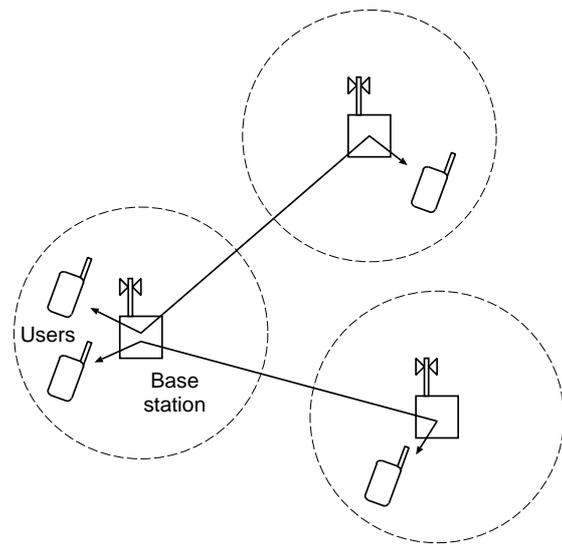


図1 セルの構成.

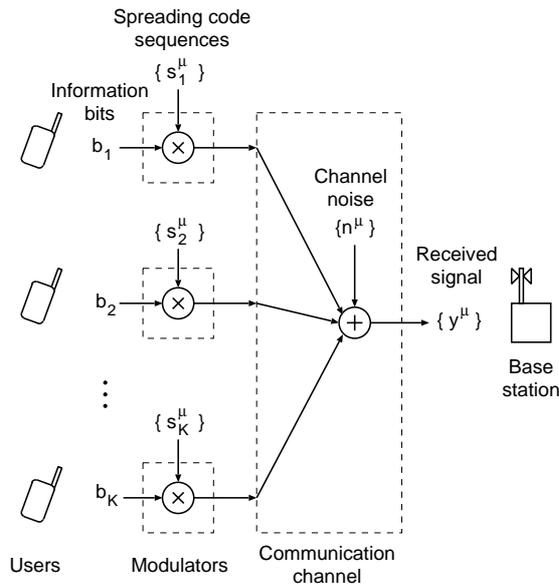


図2 CDMA 通信路モデル.

元接続 (Code-Division Multiple Access: CDMA) という3つの方法がある。本稿では、最後のCDMA通信方式を取り上げる。

基本的なCDMA通信路モデルを図2に示す。実際の通信では多くの情報が送受信されるが、1ビットの情報通信の繰り返しなので、ここではまず1ビットの通信に限定して考える。ユーザ数を K とし、ユーザ i の送信する情報ビットを $b_i \in \{-1, 1\}$ とする。もし、なにも手を加えることなくそのまま情報ビットを送信したならば、他のユーザの信号と干渉したり通信路のノイズに埋もれたりして、基地局で各ユーザごとの情報を取り出すことはできないであろう。

そこで、各ユーザの情報をできるだけ間違わずに基地局に送るために、冗長な符号に変換して送信することを考えよう。この変換には、各ユーザに予め割り当てられている拡散符号を用いる。拡散符号の各要素は、ランダムであると仮定する。また簡単のため、各ユーザは同期して情報を送り、基地局が受信する信号の強度は一定になるように完全に制御されているものとする。この変換方法は拡散変調と呼ばれ、単にユーザの情報ビットと拡散符号の積をとるというものである。ユーザ i の情報ビット b_i を N 次元の拡散符号 $s_i = (s_i^1, \dots, s_i^N)$ で拡散変調した系列は $b_i s_i = (b_i s_i^1, \dots, b_i s_i^N)$ となる。いま、情報ビット当りの拡散符号のエネルギーを規格化するために $\|s_i\| = 1$ とする。このようにして、1ビットの情報を N 回に分けて送る。このため、拡散変調系列、通信路ノイズや受信信号は N 次元ベクトルで表現

しておく。

本稿では、通信路として加法的白色ガウス (Additive White Gaussian Noise: AWGN) 通信路を仮定する。通信路ノイズを $n = (n^1, \dots, n^N)$ とおき、 $n^\mu \sim N(0, \sigma_0^2)$ とする。基地局での受信信号を N 回分まとめたものを $y = (y^1, \dots, y^N)$ とすると、

$$y = b_1 s_1 + \dots + b_K s_K + n \quad (10)$$

となる。情報ビットに、信号レートの高い(周波数の高い)拡散符号を乗じることによってスペクトラム拡散する方式を、直接拡散方式 (Direct-Sequence spread spectrum: DS) という。情報ビットの符号を変化させることは、情報ビットの位相を反転させる変調を施すことに対応する。この場合のように、2種類の位相のみを用いる変調は2相変調 (Binary Phase Shift Keying: BPSK) と呼ばれている。(10)式を、 K ユーザのDS/BPSK方式のCDMA通信路モデルという。通信の分野では、通信路ノイズの大きさをSN比 E_b/N_0 で表すことが多い。この通信路モデルの場合は $E_b/N_0 = 1/(2\sigma_0^2)$ となり、そのデシベル表示は $10 \log_{10} E_b/N_0$ [dB] である。

また、基地局では各ユーザの拡散符号を既知として、この受信信号 y から各ユーザの情報ビットを推定する必要しなければならない。受信信号から情報ビットを推定することを復調という。

3.2 シングルユーザ復調

各ユーザの情報ビットを個別に取り出す復調を、シングルユーザ復調という。では、この受信信号 y から、ユーザ i の情報ビット b_i を取り出すにはどのようにすればよいであろうか。受信信号は、単に各ユーザの拡散符号の線形和に通信路ノイズが加わっただけのものなので、拡散符号との内積をとると、なんらかの情報が取り出せそうである。実際に、ユーザ i の拡散符号 s_i と受信信号 y との内積を計算してみると、

$$s_i \cdot y = b_i + \sum_{j \neq i} b_j s_i \cdot s_j + s_i \cdot n \quad (11)$$

となり、確かにユーザ i の情報ビット b_i を分離できる。このような拡散符号による再変調は、整合フィルタと呼ばれている。右辺第1項は、ユーザ i の情報ビットそのものなのでシグナル成分と呼ぶ。右辺第2項は、他ユーザからの信号による干渉を表しているので、多元接続干渉成分と呼ぶ。右辺第3項は、単に通信路ノイズに起因する通信路ノイズ成分である。拡散符号がランダムでその平均が0のときは、第2項と第3項は平均が0で対称な分布に従う確率変数とみなせるので、ユーザ i の情報ビット b_i は、

$$\hat{b}_i = \text{sgn}(s_i \cdot y) \quad (12)$$

と推定すればよい。この方法は、整合フィルタ法と呼ばれている。すべてのユーザの情報ビットの推定ができるというのは、多元接続干渉成分がノイズとなるため性能はわるい。

3.3 マルチユーザ復調

すべてのユーザの情報ビットを同時に取り出す復調を、マルチユーザ復調という。いま、整合フィルタ法ですべてのユーザの情報ビットの推定値 $\hat{\mathbf{b}} = (\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_K)$ が求められるなら、多元接続干渉成分も推定できるはずである。多元接続干渉成分 $\sum_{j \neq i}^K b_j s_i \cdot s_j$ は、各ユーザの情報ビットと拡散符号で表されている。真の情報ビット b_i の代わりに、その推定値 \hat{b}_i で置き換えて、多元接続干渉成分を $\sum_{j \neq i}^K \hat{b}_j s_i \cdot s_j$ と推定する。整合フィルタ出力 $s_i \cdot y$ から、この推定値を除去すればより多元接続干渉成分を抑制できることが期待される。この多元接続干渉成分を抑制した整合フィルタ出力を用いて推定し直せば、さらに精度のよい推定値が得られる可能性がでてくる。この操作を繰り返すことによって、情報ビットの推定値を推定を段階的に行なっていく方法が干渉除去法である。

携帯電話など実際のシステムでは、情報ビットの推定をリアルタイムで求める必要がある。そこで、各素子の情報ビットの推定値を同期的に更新していく方法について検討する。推定の段階をステージ t で表して、ユーザ i の情報ビットの推定値を $\hat{b}_i(t)$ とする。情報ビットの推定値はステージ毎に、

$$\hat{b}_i(t+1) = \text{sgn}\left(s_i \cdot y - \sum_{j \neq i}^K \hat{b}_j(t) s_i \cdot s_j\right) \quad (13)$$

と更新していく。この方法は、前のステージから同期的に次のステージの推定をするので、特に並列干渉除去法と呼ばれており⁷⁾、たくさんあるマルチユーザ復調方法のうちのひとつである。初期化にはいろいろな方法があるが、例えばステージ $t=0$ の状態として整合フィルタ出力を与えるには、すべての i について $\hat{b}_i(-1) = 0$ とおけばよい。

ここで、(13) 式の sgn の引数の第 1 項は (11) 式のように展開されるのであるから、もし、すべての情報ビットの推定値が真の情報ビットと等しいとき、多元接続干渉成分はその推定値によって完全に打ち消されることに注意されたい。これは、あたかも通信路を独り占めしているのと同じ効果を生む。

以降本稿では、すべて拡散符号の要素は $\text{Prob}(s_i^\mu = \pm 1) = 1/2$ とおく。いま、 $s_i \in \{-1, 1\}^N$ とおいたため $\|s_i\| = \sqrt{N}$ となってしまうので、拡散符号

のノルムが 1 であることと同じ効果が得られるように $s_i \rightarrow N^{-1/2} s_i$ と置き換えておく。このとき、並列干渉除去法を更新規則を要素で書くと、

$$\hat{b}_i(t+1) = \text{sgn}\left(h_i + \sum_{j \neq i}^K W_{ij} \hat{b}_j(t)\right) \quad (14)$$

となる。ここで、

$$W_{ij} \equiv -\frac{1}{N} s_i \cdot s_j = -\frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^N s_i^\mu s_j^\mu \quad (15)$$

$$h_i \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} s_i \cdot y = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mu=1}^N s_i^\mu y^\mu \quad (16)$$

とおいた。

これから、連想記憶と CDMA 通信方式のマルチユーザ復調には詳細な関係があることが見てとれる。(3) 式と (14) 式を比較してみよう。記憶ベクトル $\{\xi_i^\mu\}$ と拡散符号 $\{s_i^\mu\}$ を対応させると、結合荷重の符号が反対であるだけで、お互いに同一の構造を持っていることがわかる。このように、連想記憶と携帯電話という全く別の話題の間には、高い類似性があることがわかる。

3.4 CDMA 通信方式とベイズ統計

前章では、並列ダイナミクスの連想記憶と、発見的に構成された CDMA 通信のマルチユーザ復調方法のひとつである並列干渉除去法との関連について述べた。このような並列ダイナミクスに基づく類似性だけでなく、ベイズ統計を用いると連続ダイナミクスの観点からも類似性を理解することができる。本章では、CDMA 通信方式での情報ビット \mathbf{b} のベイズ推定について考えよう。情報ビットの事前確率 $p(\mathbf{b})$ と通信路モデル $p(\mathbf{y}|\mathbf{b})$ が与えられたならば、ベイズ公式によって受信信号 \mathbf{y} を既知としたときの情報ビット \mathbf{b} の事後確率 $p(\mathbf{b}|\mathbf{y})$ を求めることができる。次のように、事後確率を最大にする情報ビットを推定値とする、

$$\hat{\mathbf{b}} = \underset{\mathbf{b}}{\text{argmax}} p(\mathbf{b}|\mathbf{y}) \quad (17)$$

という事後確率最大化 (Maximum A Posteriori: MAP) 推定も復調の方法のひとつである。

いま、(10) 式で表される CDMA 通信路モデルは条件付確率によって、

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{b}) = \prod_{\mu=1}^N p(y^\mu|\mathbf{b}) \quad (18)$$

$$p(y^\mu|\mathbf{b}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}(y^\mu - \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^K s_i^\mu b_i)^2} \quad (19)$$

と表現することができる。ただし、先程と同様に $s_i \in$

$\{-1, 1\}^N$ として, $s_i \rightarrow N^{-1/2} s_i$ と置き換えている. 各ユーザは情報ビット $b_i \in \{-1, 1\}$ を等確率で送信すると仮定して, 情報ビット \mathbf{b} の事前分布を一様分布 $p(\mathbf{b}) = 2^{-K}$ とする. これより, ベイズの公式によって受信信号 \mathbf{y} を既知としたときの情報ビット \mathbf{b} の事後確率は,

$$p(\mathbf{b}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{b})p(\mathbf{b})}{p(\mathbf{y})} = \frac{1}{\hat{Z}(\hat{\beta})} e^{-\hat{\beta}\hat{H}(\mathbf{b})} \quad (20)$$

と求められる. ここで,

$$\hat{H}(\mathbf{b}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N W_{ij} b_i b_j - \sum_{i=1}^N b_i h_i \quad (21)$$

$$\hat{Z}(\hat{\beta}) = \sum_{\mathbf{b} \in \{-1, 1\}^N} e^{-\hat{\beta}\hat{H}(\mathbf{b})} \quad (22)$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{\sigma_0^2} \quad (23)$$

である. 従って, 事後確率最大化は (21) 式のエネルギー $\hat{H}(\mathbf{b})$ の最小化 (基底状態探索) の問題に帰着される.

この (20) 式の後確率は, (6) 式の連続ダイナミクスの連想記憶モデルの定常分布と, 全く同じボルツマン分布の形式で表されていることがわかる. もちろんこの場合についても, 連想記憶モデルの記憶ベクトルと CDMA 通信の拡散符号 $\{s_i^\mu\}$ を対応させると, 結合荷重の符号が反対であるだけで, お互いに同一の構造を持っているという状況は同じである.

連想記憶モデルとの類似性の話題からは少し離れるが, もうひとつ別のベイズ統計に基づく復調方法を紹介しておこう. 逆温度に対応するパラメータ $\hat{\beta}$ は, (23) 式のように通信路ノイズによって決まる. 一般には, 通信路ノイズは未知であるので $\hat{\beta} \rightarrow \tilde{\beta}$ とおいて (20) 式の後確率を,

$$p_{\tilde{\beta}}(\mathbf{b}|\mathbf{y}) = \frac{1}{\tilde{Z}(\tilde{\beta})} e^{-\tilde{\beta}\hat{H}(\mathbf{b})} \quad (24)$$

と一般化する. 事後確率を周辺化すればユーザ i の情報ビット b_i だけについての事後確率,

$$p_{\tilde{\beta}}(b_i|\mathbf{y}) = \sum_{\mathbf{b}_{\setminus b_i}} p_{\tilde{\beta}}(\mathbf{b}|\mathbf{y}) \quad (25)$$

が求められる. これを最大化する,

$$\hat{b}_i = \operatorname{argmax}_{b_i} p(b_i|\mathbf{y}) = \operatorname{sgn} \langle b_i \rangle_{\tilde{\beta}} \quad (26)$$

という推定方法は, 周辺事後確率最大化 (Maximizer of Posterior Marginals: MPM) 推定と呼ばれている. ここで, $\langle \cdot \rangle_{\tilde{\beta}}$ は (24) 式をボルツマン因子として求めた, いわば熱平均である. 逆温度に対応するパラメータが

真のパラメータと等しく $\tilde{\beta} = \hat{\beta}$ となっているときは, MPM 推定はビット誤り率 $P_b = (1 - K^{-1} \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{b}})/2$ を最小にできることが示されている^{1,9)}. この最小のビット誤り率を与える MPM 推定をベイズ最適復調と呼ぶことにしよう. MAP 推定は, $\tilde{\beta} \rightarrow \infty$ とした MPM 推定とみなすことができるため, ビット誤り率に関しては最適ではない.

4. CDMA 通信方式の解析

連想記憶モデルと CDMA 通信方式の類似性は, 具体的な復調アルゴリズムからだけでなく, ベイズ統計の観点からも確認できた. このきれいな対応関係を用いると, 連想記憶モデルの解析手法がうまく CDMA 通信方式の解析に適用できる.

解析では, 用いる拡散符号の詳細に依存しない議論とするためにランダム拡散を仮定しておき, 拡散符号に関して平均をとる. また, CDMA 通信方式でも, 解析を進めるにはユーザ数 $K \rightarrow \infty$ とする大システム極限が必要である. しかし, ユーザ数 K が無限大にもかかわらず拡散符号長 N が有限なら, 復調の成功は望めない. このため, システム負荷と呼ばれる量 $\beta_L = K/N$ を有限に保ったままで $K, N \rightarrow \infty$ とする.

Tanaka は, MPM 復調などのマルチユーザ復調の性能をレプリカ法によって解析して, ビット誤り率が, システム負荷 β_L や通信路ノイズ分散 σ_0^2 にどのように依存するかを求めた^{1,8)}. Tanaka の解析によると, 例えばベイズ最適復調については,

- システム負荷が小さいときは, 通信路ノイズが小さくなるとビット誤り率は理論的下限に漸近する.
- システム負荷がある臨界値以上になると, ビット誤り率曲線は S 字型になる. つまり, 同じシステム負荷, 同じ通信路ノイズであっても, 3 通りのビット誤り率を取ることがある (うち 1 つは不安定解).
- さらにシステム負荷が大きくなると, 通信路ノイズがどれだけ小さくなくても, 悪いビット誤り率を持つ解が存在するようになる.

ということなど, 興味深い結果が得られている. ここで, ビット誤り率の理論的下限は, ベイズ最適復調でユーザ数が 1 の場合すなわち $\beta_L = 0$ として求められる. このような平衡統計力学的な解析は, 解の良さを評価するものであり, 実際にどのように解を見つけるかということとは無関係である. 例えば, ベイズ最適復調は NP 困難であることが示されている¹⁰⁾.

実は, 連想記憶の理論は, 性能評価だけでなく復調アルゴリズムの発見にも生かされている. 神経統計力

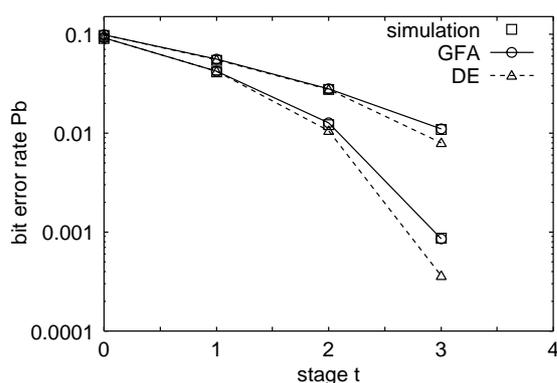


図3 復調ダイナミクス．復調に成功した例．($\beta_L = 0.5$, $E_b/N_0 = 7.0$ [dB](上), 9.0 [dB](下), 拡散符号長 $N = 8000$)．

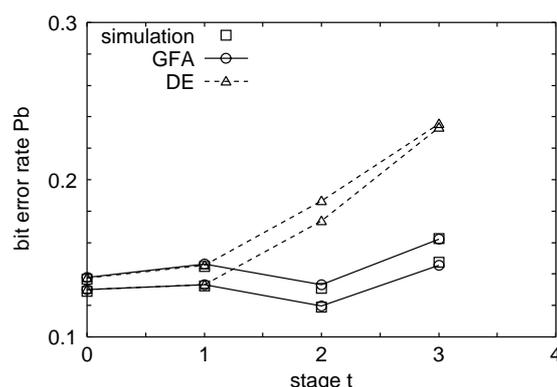


図4 復調ダイナミクス．復調に失敗した例．($\beta_L = 0.7$, $E_b/N_0 = 5.5$ [dB](上), 7.5 [dB](下), 拡散符号長 $N = 8000$)．

学と呼ばれている理論で、連想記憶モデルの想起過程のダイナミクスが詳しく解析されている^{11, 12)}．統計神経力学は SN 解析に基づく計算方法で、ノイズ成分のガウス近似を行うものである．並列ダイナミクスの繰り返し計算により、ノイズ成分は過去の状態の履歴に依存する複雑な分布となる．また、各素子の状態も、その過去の履歴に依存しており、効果的には自己結合成分を含んでいる．統計神経力学では、ノイズ成分をガウス近似したり、自己結合成分を無視することで、少ないパラメータ数でダイナミクスを記述することに成功している．

Tanaka と Okada は、神経統計力学を並列干渉除去法の復調ダイナミクスの解析に適用して、各ステージでの情報ビットの推定値のビット誤り率の推移を求めた¹³⁾．解析結果は復調ダイナミクスをほぼ説明できたが、理論値は実際の実験よりも速く解に収束するものであった．この差異は、主に自己結合成分を無視したことによるものであると予想される．Tanaka と Okada はさらに、自己結合成分を取り除く効果を取り入れた並列除去法のアルゴリズムを構成して、並列干渉除去法の改良に成功した．

神経統計力学による並列干渉除去法の解析は、システム負荷が小さいときは実験との誤差は小さいが、システム負荷が大きく復調に失敗するときは、実験とはかなり違った挙動を示す．Mimura と Okada は、ノイズ分布のガウス近似などを用いない経路積分法を用いて、並列干渉除去法の復調ダイナミクスを厳密に解析した¹⁴⁾．図 3 に $\beta_L = 0.5$ の場合、図 4 に $\beta_L = 0.7$ の場合の結果をそれぞれ示す．DE () は神経統計力学による結果を、GFA () は経路積分法による結果を示す．経路積分法の結果は、実験結果 () とよく一

致していることがわかる．経路積分法の解析から、復調のシグナル成分も復調中のすべての履歴に複雑に依存することなどが示された．

また、並列干渉除去法は、確率伝播法を CDMA 通信の復調問題に近似的に適用することでも得られることが示されている^{13, 15)}．復調時に通信路ノイズの推定も同時に行うアルゴリズムなど¹⁶⁾、より柔軟なアルゴリズムの構成についても研究が進められている．

5. おわりに

連想記憶と携帯電話に用いられる CDMA 通信方式の関係について説明した．統計力学は連想記憶モデルなどの解析に導入されて以降、既に、誤り訂正符号、有歪圧縮、暗号、画像修復といったもっと広範囲な情報処理の課題に対して適用されている．確率モデルで記述できる課題に対して、統計力学的手法は性能評価だけにとどまらず、情報処理で重要となる処理過程などの有用な解析手法をもつ．これらは、確率的な情報処理のアルゴリズムの開発手法として定着しつつあり、その発展が期待されている．

謝辞 執筆の機会を与えて下さいました山口大学の川村正樹先生をはじめ、本号を分筆されている諸先生方に感謝致します．

参 考 文 献

- 1) Tanaka, T. (2001): *Europhysics Letters*, **54**, 4, pp. 540.
- 2) 田中利幸 (2004): 数理科学, 12月号, pp. 68.
- 3) 岡田真人 (2005): 数理科学, 3月号, pp. 67.
- 4) 田中利幸, 岡田真人 (2005): 電子情報通信学会誌, **88**, 9, pp. 708.
- 5) Hopfield, J. J. (1982): *Proceeding of the National Academy of Sciences*, **79**, pp. 2554.
- 6) Amit, D. J., Gutfreund, H., Sompolinsky, H. (1985): *Physical Review Letters*, **55**, pp. 1530.
- 7) Varanasi, M. K., Aazhang, B. (1990): *IEEE Trans. Commun.*, **38**, 4, pp. 509.
- 8) Tanaka, T. (2002): *IEEE Trans. Information Theory*, **48**, 11, pp.2888.
- 9) Iba, Y. (1999): *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **32**, pp. 3875.
- 10) Verdu, S. (1989): *Algorithmica*, **4**, pp. 303.
- 11) Amari, S., Maginu, K. (1988): *Neural Networks*, **1**, 1, pp. 63.
- 12) Okada, M. (1995): *Neural Networks*, **8**, 6, pp. 833.
- 13) Tanaka, T., Okada, M. (2005): *IEEE Trans. Inf. Theory*, **51**, 2 pp. 700.
- 14) Mimura, K., Okada, M. (2005): Generating functional analysis of CDMA detection dynamics, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, Vol. 38, No. 46, pp. 9917.
- 15) Kabashima, Y. (2003): *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **36**, 43, pp. 11111.
- 16) Nakamura, K., Yano, T., Honda, S. (2005): *Proceeding of Randomness and Computation 2005*, pp.56.